

**Лекція №2. Однофазні електричні кола змінного струму.  
Кола змінного струму з індуктивністю та ємністю.  
Активна та реактивна потужність.**

**План лекції.**

1. Ланцюг змінного струму з індуктивністю.
2. Ланцюг змінного струму з ємністю.
3. Послідовний ланцюг змінного струму. Резонанс напруг.
4. Потужність змінного струму. Коефіцієнт потужності.

**1. Ланцюг змінного струму з індуктивністю**

Розглянемо ланцюг (мал. 1), у якому до котушки індуктивності  $L$ , що не має активного опору ( $R = 0$ ), прикладена синусоїдальна напруга й по якій тече синусоїдальний струм

$$I(t) = I_m \sin \omega t. \quad (1)$$

Змінний струм, що протікає через котушку, створює в ній ЕРС самоіндукції  $e_L$ . Тоді у відповідності із другим правилом Кірхгофа можна записати:

$$u + e_L = 0. \quad (2)$$

Згідно із законом Фарадея ЕДС самоіндукції

$$e_L = -L \frac{di}{dt} \quad (3)$$

З (1), (2) і (3) одержимо:

$$u = -e_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d(I_m \sin \omega t)}{dt} = I_m \omega L \cos \omega t = U_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (4)$$

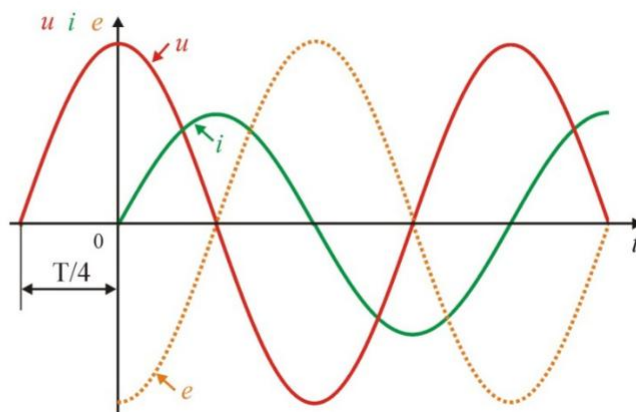
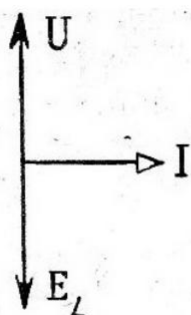
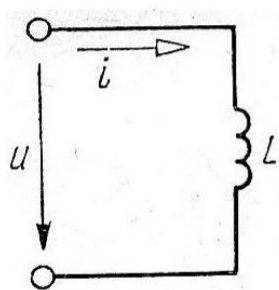
де

$$U_m = I_m \omega L. \quad (5)$$

Ділячи обидві частини рівності (5) на  $\sqrt{2}$ , одержимо для діючих значень  $U = I\omega L$ , звідки

$$I = \frac{U}{\omega L} = \frac{U}{X_L} \quad (6)$$

З формули (6) ми бачимо, що в розглянутому ланцюзі струм відстає по фазі від напруги на кут  $\frac{\pi}{2}$ . Фізично це пояснюється тим, що індуктивна котушка реалізує інерцію електромагнітних процесів. Векторна діаграма для цього ланцюга зображена на мал. 2, а часові – на мал. 3.



Мал. 2.

Векторна  
діаграма  
ланцюга  
змінного  
струму  
з індуктивністю

Мал. 1. Ланцюг  
змінного струму  
з індуктивністю

з індуктивністю

Мал. 3. Часові діаграми напруги, струму й  
ЕРС для ланцюга з індуктивністю

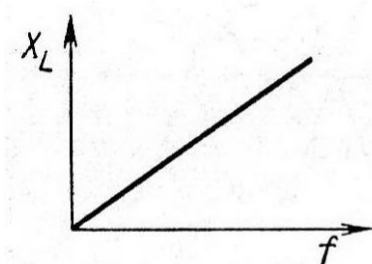
Співвідношення (6) являє собою закон Ома для ланцюга з ідеальною індуктивністю, а величина  $X_L = \omega L = 2\pi fL$  називається **індуктивним опором**. Індуктивний опір вимірюється в омах. Зі збільшенням частоти струму  $f$  індуктивний опір  $X_L$  збільшується (мал. 4). Фізично це пояснюється тим, що зростає швидкість зміни струму, а отже, і ЕРС самоіндукції.

Миттєва потужність у ланцюзі із чисто індуктивним опором рівна:

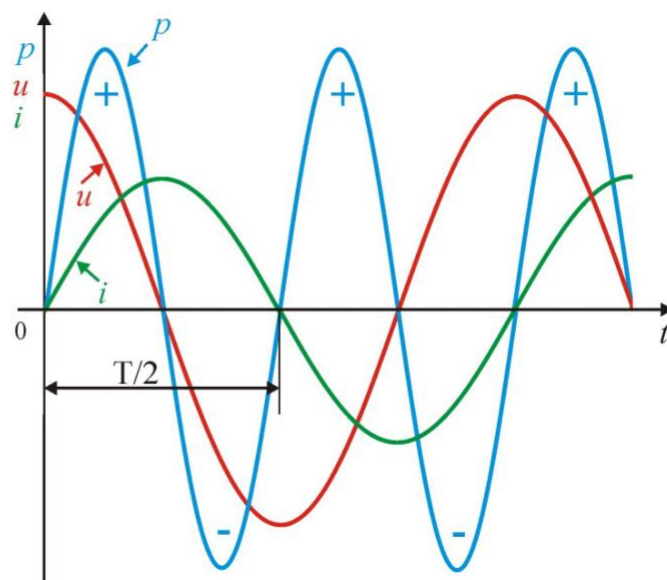
$$p = iu = I_m U_m \sin \omega t \cos \omega t = UI \sin 2\omega t \quad (7)$$

Ми бачимо (мал. 5), що вона змінюється за законом синуса з подвособною частотою.

Позитивні значення потужності відповідають накопиченню енергії котушкою, а негативні – поверненню запасеної енергії назад джерелу. Середня за період потужність дорівнює нулю. Отже, ланцюг з індуктивністю потужності не споживає, у ній відбувається лише перекачування електричної енергії від джерела в котушку й назад. Опір такого ланцюга називають *реактивним*.



Мал. 4. Залежність індуктивного опору від частоти



Мал. 5. Часові діаграми напруги, струму й миттєвої потужності для кола з індуктивністю

Реальні ланцюги, що містять індуктивність, завжди мають і активний опір: опір проведення обмотки проводів. Тому розглянемо електричне коло (мал. 6), у якому через котушку індуктивності  $L$ , що володіє активним опором  $R$ , протікає змінний струм.

Через котушку й резистор протікає той самий струм, тому в якості основного виберемо вектор струму й будемо будувати вектор напруги, прикладеного до цього ланцюга.

Напруга, прикладена до ланцюга, дорівнює векторній сумі падінь напруг на котушці індуктивності й резисторі:

$$U = U_R + U_L \quad (8)$$

Напруга на резисторі, як було показано вище, буде збігатися по фазі зі струмом, а напруга на індуктивності буде випереджати струм на кут  $\frac{\pi}{2}$ .

Побудувавши вектори  $I$ ,  $U_R$  і  $U_L$ , і скориставшись формулою (8), знайдемо вектор  $U$ . Векторна діаграма показана на мал. 7.

Ми бачимо, що в розглянутому ланцюзі струм  $I$  відстає по фазі від прикладеного напруги  $U$ , але не на  $\frac{\pi}{2}$ , як у випадку чистої індуктивності, а на деякий кут  $\phi$ . Цей кут може приймати значення від 0 до  $\frac{\pi}{2}$  й при заданій індуктивності залежить від значення активного опору: зі збільшенням  $R$  кут  $\phi$  зменшується.

По теоремі Піфагора

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} \quad (9)$$

Т.к.  $U_R = IR$ , а  $U_L = IX_L$ , то  $U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{I^2 R^2 + I^2 X_L^2} = I \sqrt{R^2 + X_L^2}$ , звідки

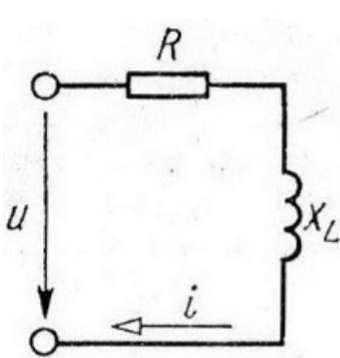
$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \quad (10)$$

Уведемо позначення  $\sqrt{R^2 + X_L^2} = Z$ , де  $Z$  - **повний опір** ланцюги.

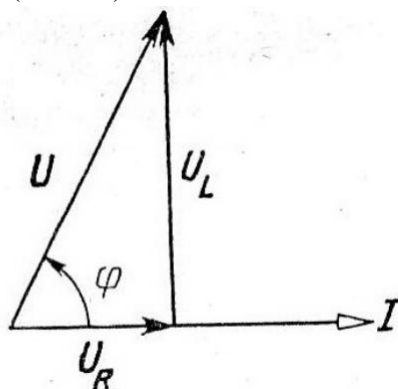
Тоді вираз закону Ома прийме вигляд

$$I = \frac{U}{Z} \quad (11)$$

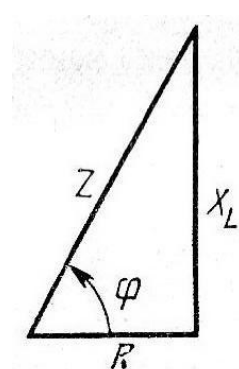
Тому що повний опір ланцюга  $Z$  йому визначається по теоремі Піфагора, відповідає трикутник опорів (мал. 8).



Мал. 6. Схема ланцюга змінного струму з  $R$  і  $L$



Мал. 7. Векторна діаграма для ланцюга з  $R$  і  $L$



Мал. 8. Трикутник опорів для ланцюга з  $R$  і  $L$

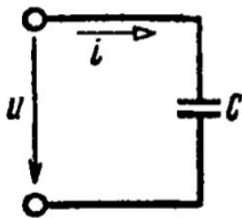
Із трикутника опорів визначається зрушення фаз між струмом і напругою:

$$\operatorname{tg}\phi = \frac{X_L}{R} \quad (12)$$

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} \quad (13)$$

## 2. Ланцюг змінного струму з ємністю

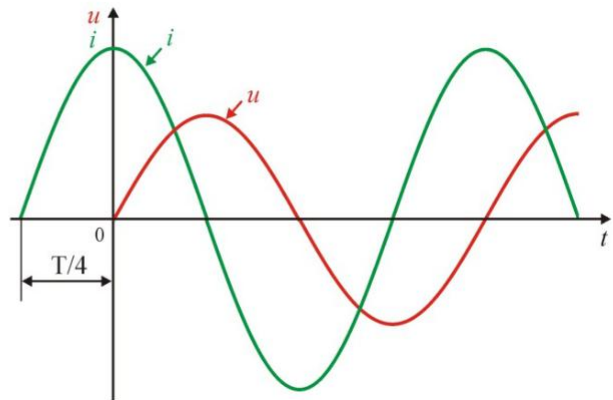
Розглянемо електричне коло, у якому змінна напруга  $U(t) = U_m \sin\omega t$  прикладена до ємності  $C$  (мал. 9).



Мал. 9. Схема ланцюга змінного струму з ємністю



Мал. 10. Векторна діаграма напруги й струму з ємністю



Мал. 11. Часові діаграми напруги й струму для ланцюга з ємністю

Миттєве значення струму в ланцюзі з ємністю дорівнює швидкості зміни заряду на обкладинках конденсатора:

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (14)$$

але оскільки  $q = Cu$ , то

$$i = \frac{d(Cu)}{dt} = C \frac{du}{dt} = C \frac{d(U_m \sin\omega t)}{dt} = U_m \omega C \cos\omega t = U_m \omega C \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

де

$$U_m \omega C = I_m . \quad (15)$$

Ми бачимо, що в цьому ланцюзі струм випереджає напругу на кут  $\frac{\pi}{2}$ . Поділ зарядів на обкладинках і, як наслідок, появу напруги на ємності можна зрівняти із процесом збільшення рівня рідини при заповненні баку.

Для діючих значень  $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ ,  $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$  вираз (15) запишеться як

$$U \omega C = I, \quad (16)$$

звідки одержимо вираз для струму:

$$I = \frac{U}{\omega C} = \frac{U}{X_C} \quad (17)$$

Це закон Ома для ланцюга змінного струму з ємністю, а величина

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} \quad (18)$$

називається **ємнісним опором**. Векторна діаграма для цього ланцюга показана на мал. 10, а часові - на мал. 11.

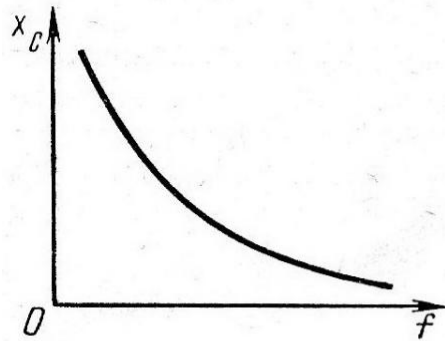
З формули (18) і мал. 12 випливає, що ємнісний опір  $X_C$  зменшується з ростом частоти  $f$ . Це пояснюється тим, що при більшій частоті заряд і розряд конденсатора відбуваються швидше, тобто в одиницю часу через конденсатор проходить більша кількість електрики, що рівносильне зменшенню опору.

Миттєва потужність у ланцюгу, що містить ємність:

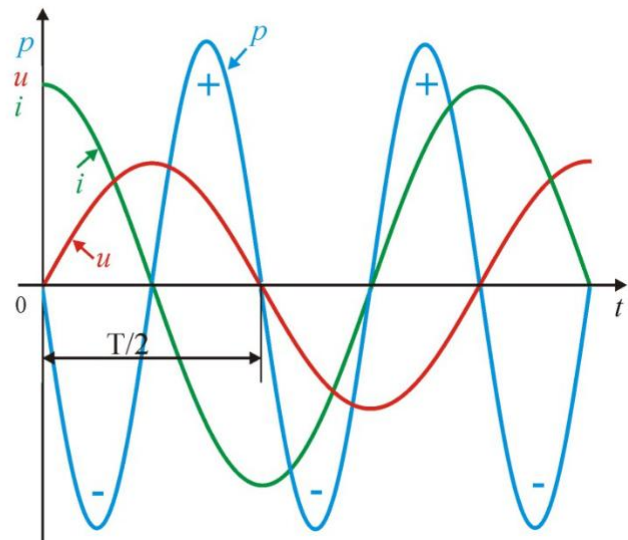
$$p = iu = I_m \sin \omega t \cdot U_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = -U_m I_m \sin \omega t \cos \omega t = -UI \sin 2\omega t \quad (19)$$

Ми бачимо (мал. 13), що миттєва потужність змінюється з подвоєною частотою. При цьому позитивні значення потужності відповідають заряду конденсатора, а негативні - його розряду й поверненню запасеної енергії в джерело. Середня за період потужність тут дорівнює нулю, оскільки в ланцюзі з

конденсатором активна потужність не споживається, а відбувається обмін електричною енергією між конденсатором і джерелом. Отже, конденсатор, так само як і індуктивність, є *реактивним опором*.



Мал. 12. Залежність ємнісного опору від частоти



Мал. 13. Часові діаграми напруги, струму й миттєвої потужності для ланцюга з ємністю

### 3. Послідовний ланцюг змінного струму з R, C, L. Резонанс напруг

Розглянемо тепер ланцюг змінного струму, що містить індуктивність, ємність і резистор, включені послідовно (мал. 14).

Через усі елементи ланцюга протікає той самий струм, тому в якості основного виберемо вектор струму й будемо будувати вектор напруги, прикладеного до цього ланцюга. Напруга, прикладене до ланцюга, дорівнює векторній сумі падінь напруг на котушці індуктивності, на ємності й на резисторі:

$$U = U_R + U_L + U_C . \quad (20)$$

Оскільки нам відомі амплітуди й фази цих векторів, ми можемо побудувати векторну діаграму й знайти вектор  $U$  (мал. 15).

Із цієї векторної діаграми ми можемо знайти модуль вектора прикладеного до ланцюга напруги  $U$  й зрушення по фазі  $\phi$  між струмом і напругою:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = IZ \quad (21)$$

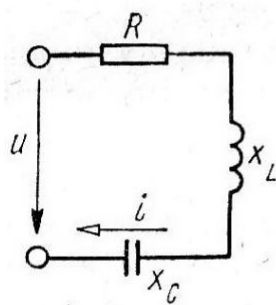
де величина

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (22)$$

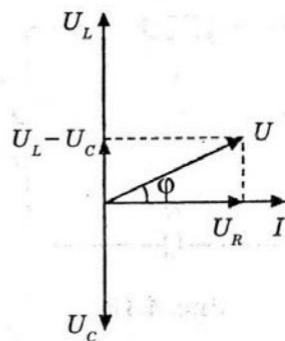
називається **повним опором ланцюга**. З векторної діаграми видно, що зрушення по фазі між струмом і напругою визначається рівнянням

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{X}{R} \quad (23)$$

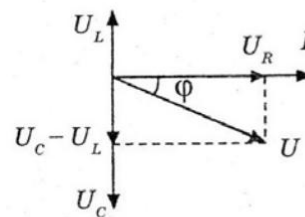
У результаті побудови діаграми ми одержали трикутник напруг, гіпотенуза якого дорівнює прикладеній напрузі  $U$ . При цьому різниця фаз між струмом і напругою визначається співвідношенням векторів  $U_L$  і  $U_C$ . При  $U_L > U_C$  кут  $\phi$  позитивний і навантаження має індуктивний характер, при  $U_L < U_C$  кут  $\phi$  негативний і навантаження має ємнісний характер (мал. 16), а при  $U_L = U_C$  кут  $\phi$  дорівнює нулю й навантаження є чисто активним (мал. 17).



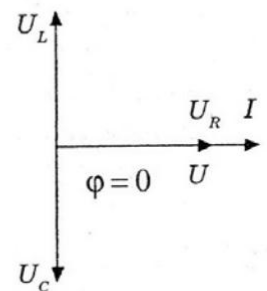
Мал. 14. Схема ланцюга змінного струму з  $R, L, C$



Мал. 15. Векторна діаграма для ланцюга з  $R, L$  і  $C$  ( $U_L > U_C$ )



Мал. 16. Векторна діаграма для ланцюга з  $R, L$  і  $C$  ( $U_L < U_C$ )

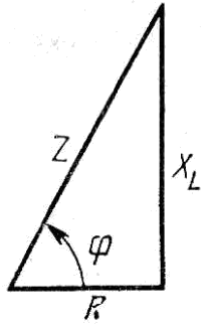


Мал. 17. Векторна діаграма для ланцюга з  $R, L$  і  $C$  ( $U_L = U_C$ )

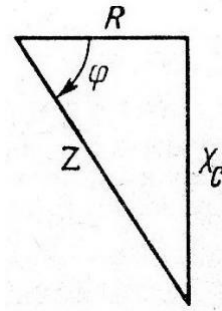
Трикутнику напруг відповідає трикутник опорів. Наприклад, для кола з активним і індуктивним опорами ( $X_L > X_C$  або  $X_C = 0$ , мал. 18) і кола з



активним і ємнісним опором ( $X_C > X_L$  або  $X_L = 0$ , мал. 19).



Мал. 18. Трикутник опорів для  
Кола з R та L



Мал. 19. Трикутник опорів для  
Кола з R та C

**Резонансом напруг** називають явище в ланцюзі з послідовним контуром, коли струм у ланцюзі збігається по фазі з напругою джерела.

Знайдемо умову резонансу напруг. Для того щоб струм ланцюга збігався по фазі з напругою, реактивний опір повинний бути дорівнює нулю, тому що

$$\operatorname{tg}\phi = \frac{X}{R} .$$

Таким чином, умовою резонансу напруг є  $X = 0$  або  $X_L = X_C$ . Але  $X_L = 2\pi fL$ , а  $X_C = \frac{1}{2\pi fC}$ , де  $f$  - частота джерела живлення. У результаті

можна записати

$$2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC} .$$

Розв'язавши це рівняння відносно  $f$ , одержимо

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (24)$$

При резонансі напруг частота джерела дорівнює власній частоті коливань контуру.

Вираження (24) є формулою Томсона, що визначає залежність власної частоти коливань контуру  $f_0$  від параметрів  $L$  і  $C$ .

#### 4. Потужність змінного струму. Коефіцієнт потужності.

Інтенсивність процесів одержання, передачі, перетворення й споживання електричної енергії визначає потужність. Залежно від характеру процесів, що

відбуваються в ланцюгах змінного струму, розрізняють активну, реактивну та повну потужність.

*Активна потужність  $P$*  характеризує величину споживаним ланцюгом енергії, що не вертається джерелу живлення, тобто енергії, що переходить безповоротно з електричної в інші види – наприклад, теплоту або механічну роботу.

*Реактивна потужність* визначає інтенсивність обміну електричною енергією між джерелом і реактивним навантаженням.

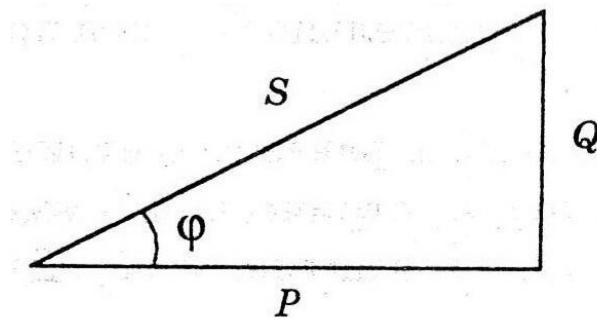
*Повна потужність* визначає вимоги, пропоновані до джерела живлення, його габарити й вартість. Джерело повинно бути розраховане на споживані ланцюгом струм і напругу, незалежно від величини активної потужності. Ця величина вказується на табличках приладів змінного струму.

Повна потужність і її складові зв'язані між собою співвідношенням

$$S^2 = P^2 + Q^2 \quad (25)$$

і можуть бути представлені трикутником потужностей, який подібний до трикутників напруг і опорів (мал. 20).

Активна (корисна) потужність  $P$  залежить від струму, напруги й  $\cos\phi$ . При збільшенні кута  $\phi$  зменшуються  $\cos\phi$  й потужність  $P$ , а при зменшенні кута  $\phi$  активна потужність  $P$  зростає. Таким чином,  $\cos\phi$  показує, яка частина повної потужності теоретично може бути перетворена в інші види енергії. Величина  $\cos\phi$  називається *коефіцієнтом потужності*.



Мал. 20. Трикутник потужностей

Таблиця 1. Потужності змінного струму

Активна потужність $P = UI \cos\phi$ одиниця виміру: Вт	Реактивна потужність $S = UI \sin\phi$ одиниця виміру: вар («вольт ампер реактивний»)	Повна потужність $S = UI$ одиниця виміру: $B \cdot A$
---	--	---

Для більш раціонального використання потужності змінного струму, вироблюваного джерелами електричної енергії, потрібно намагатися зробити навантаження таким, щоб  $\cos\phi$  ланцюгу був близький до одиниці. На практиці в масштабах підприємства добитися цього досить важко, і гарним показником є  $\cos\phi$ , рівний 0,9-0,95.

### Список літератури

1. Данилов И.А., Иванов П.М. Общая электротехника с основами электроники: Учеб. пособие для неэлектротехн. спец. техникумов. – М.: Высш. шк., 2005. – §§ 5.3 – 5.9, 5.12 (с. 134 – 154, 162 - 164).
2. Синдеев Ю.Г. Электротехника с основами электроники: учеб. пособие. – 15-е изд., стереотипное – Ростов н/Д: Феникс, 2013. – §§4.5 - 4.9, 4.11 (с. 101 – 115, 119 - 120).
3. Славинский А.К., Туревский И.С. Электротехника с основами электроники: учебное пособие. – М.: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М, 2009. – §§ 4.5 – 4.7 (с. 90 – 106).

**Лекція №2 Однофазні електричні кола змінного струму.  
Кола змінного струму з індуктивністю та ємністю.  
Активна та реактивна потужність.  
(Короткий конспект)**

**План лекції.**

5. Ланцюг змінного струму з індуктивністю.
6. Ланцюг змінного струму з ємністю.
7. Послідовний ланцюг змінного струму. Резонанс напруг.
8. Потужність змінного струму. Коефіцієнт потужності.

**1. Ланцюг змінного струму з індуктивністю.**

Розглянемо ланцюг, якому до котушки індуктивності  $L$ , що не має активного опору ( $R = 0$ ), прикладена синусоїдальна напруга й по якій тече синусоїдальний струм  $I(t) = \sqrt{2} I_m \sin \omega t$ . В розглянутому ланцюзі струм відстає по фазі від напруги на  $90^\circ$ . Фізично це пояснюється тим, що індуктивна котушка реалізує інерцію електромагнітних процесів. Величина  $X_L$  називається **індуктивним опором**.

Миттєва потужність у ланцюзі із чисто індуктивним опором змінюється за законом синуса з подвоєною частотою. Позитивні значення потужності відповідають накопиченню енергії котушкою, а негативні – поверненню запасеної енергії назад джерелу. Середня за період потужність дорівнює нулю. Отже, ланцюг з індуктивністю потужності не споживає, у ній відбувається лише перекачування електричної енергії від джерела в котушку й назад. Опір такого ланцюга називають **реактивним**.

**2. Ланцюг змінного струму з ємністю.**

Розглянемо електричне коло, у якому змінна напруга  $U(t) = U_m \sin \omega t$  прикладена до ємності  $C$ . В цьому ланцюзі струм випереджає напругу на кут  $\frac{\pi}{2}$ . Для діючих значень  $U \omega C = I$ , звідки одержимо вираз для струму:  
$$I = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{U}{X_C}$$
. Це закон Ома для ланцюга змінного струму з ємністю, а величина  $X_C$  називається **ємнісним опором**.

Миттєва потужність у ланцюгу, що містить ємність змінюється з подвоєною частотою. При цьому позитивні значення потужності відповідають заряду конденсатора, а негативні - його розряду й поверненню запасеної енергії

в джерело. Середня за період потужність тут дорівнює нулю, оскільки в ланцюзі з конденсатором активна потужність не споживається, а відбувається

обмін електричною енергією між конденсатором і джерелом. Отже, конденсатор, так само як і індуктивність, є *реактивним опором*.

#### V Послідовний ланцюг змінного струму. Резонанс напруг.

Розглянемо тепер ланцюг змінного струму, що містить індуктивність, ємність і резистор, включені послідовно. Величина

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = \sqrt{R^2 + X^2} \quad \text{називається повним опором ланцюга.}$$

Трикутнику напруг відповідає трикутник опорів. *Резонансом напруг* називають явище в ланцюзі з послідовним контуром, коли струм у ланцюзі збігається по фазі з напругою джерела. При резонансі напруг частота джерела дорівнює власній частоті коливань контуру.

#### 4. Потужність змінного струму. Коефіцієнт потужності.

Інтенсивність процесів одержання, передачі, перетворення й споживання електричної енергії визначає потужність. Залежно від характеру процесів, що відбуваються в ланцюгах змінного струму, розрізняють активну, реактивну та повну потужність.

*Активна потужність*  $P$  характеризує величину споживаним ланцюгом енергії, що не вертається джерелу живлення, тобто енергії, що переходить безповоротно з електричної в інші види – наприклад, теплоту або механічну роботу.

*Реактивна потужність* визначає інтенсивність обміну електричною енергією між джерелом і реактивним навантаженням.

*Повна потужність* визначає вимоги, пропоновані до джерела живлення, його габарити й вартість. Джерело повинно бути розраховане на споживані ланцюгом струм і напругу, незалежно від величини активної потужності. Ця величина вказується на табличках приладів змінного струму.

Повна потужність і її складові зв'язані між собою співвідношенням  $S^2 = P^2 + Q^2$ . Активна (корисна) потужність  $P$  залежить від струму, напруги й  $\cos\phi$ . Величина  $\cos\phi$  називається *коефіцієнтом потужності*.

**Питання для самоконтролю  
до лекції №2**

1. Який опір називається активним, а який реактивним?
2. Від чого залежить ємнісний опір?
3. Від чого залежить індуктивний опір?
4. Що зображується на трикутнику напруг, трикутнику опорів, трикутнику потужностей?
5. У якому ланцюзі спостерігається резонанс напруг? Запишіть умову резонансу.
6. Дайте визначення повної, активної й реактивної потужностей.
7. Що таке коефіцієнт потужності? Яке його техніко-економічне значення?